Systemy logiczne a świat
Autor tekstu: **Krzysztof Kapulkin**

Próba poszerzenia systemów logicznych Leśniewskiego o logikę temporalną

Jednostką selekcji w procesie tworzenia
teorii naukowej jest zwykle martwy naukowiec.
Stu naukowców umiera w przekonaniu o słuszności
swojej teorii i dopiero później okazuje się, że rację
miał tylko jeden. Musimy jednak zachowywać się tak,
jakby tworzenie teorii, mimo że często ryzykowne,
było tak samo ważną aktywnością naukową jak każda inna. Gerald M. Edelman

Przez wieki logika była traktowana jako narzędzie pozwalające w sposób bardziej niezawodny i skuteczny poznawać i działać w świecie. Początek XX wieku to okres, w którym zaczęto tworzyć wielkie logiczne systemy, które miały obejmować całość naszej wiedzy dedukcyjnej, usiłowano do logiki sprowadzić matematykę, jak również sformalizować wiele filozoficznych problemów. Uwagę moją zwróciły zwłaszcza systemy Leśniewskiego: prototetyka, ontologia i mereologia. W systemach tych, w języku formalnym, a więc w sposób ścisły i niezawodny, próbował on przedstawić pewne metafizyczne zagadnienia.

Podstawowe problemy, które stawia metafizyka to zagadnienie sposobu istnienia bytu, badanie relacji całość — część, przyczyna — skutek czy środek — cel. W systemach Leśniewskiego zostały podjęte dwa pierwsze problemy. Czy można zatem tak poszerzyć te systemy tak, by tworzyły jeszcze pełniejszą próbę formalizacji metafizycznych zagadnień? Pomińmy na razie relację środek — cel, rozważmy natomiast parę przyczyna — skutek. Wydaje się, że aby ująć tę relację potrzebujemy logiki temporalnej, a więc logiki, która w jakiś sposób ujmowałaby upływający czas. Szkicowi projektu takiego systemu chciałbym poświęcić drugą część pracy. W pierwszej przedstawię krótko systemy Leśniewskiego **[1]** jako podstawę, na bazie której będę próbował naszkicować własny „czwarty" system.

SYSTEMY LEŚNIEWSKIEGO

Zaksjomatyzowane systemy dedukcyjne Leśniewskiego należą do systemów rozszerzonych. Sam podział systemów dedukcyjnych na wąskie i rozszerzone wiąże się z dopuszczalnym w językach tych systemów bogactwem form gramatycznych, nazywanych różnorako: *kategoriami znaczeniowymi, kategoriami semantycznymi, kategoriami składniowymi, typami logicznymi* **[2]**.

System wąski jest oparty na skończonej (z góry założonej i ograniczonej) liczbie form gramatycznych. Takim systemem jest np. sylogistyka Arystotelesa lub klasyczny rachunek zdań. System rozszerzony dopuszcza natomiast pod względem konstrukcyjnym nieograniczoną liczbę form gramatycznych. Innymi słowy, pisze J. Stuchliński, *system rozszerzony logiki formalnej to taka postać dedukcyjnie uporządkowana dziedziny związków wynikania logicznego, w której języku, wychodząc od wyrażeń typu zdaniowego i nazwowego, jako wyrażeń należących do podstawowych kategorii semantycznych tego języka, można konstruować kolejno nowe wyrażenia z nieograniczenie otwartej klasy kategorii semantycznych funktorowych, tworzących zdania lub nazwy nie tylko od* ***argumentów zdaniowych i nazwowych, ale także od dowolnych argumentów funktorowych****, należących do wcześniej wprowadzonych kategorii semantycznych wyrażeń* **[3]**.

Jedyny znany współcześnie system logiki, rozszerzony w przyjętym powyżej znaczeniu, tworzą Systemy Logiczne Stanisława Leśniewskiego: prototetyka i ontologia.

Prototetyka jest to uniwersalnie rozszerzony system logiki zdań. Sama logika zdań jest jedyną teorią dedukcyjną w pełni autonomiczną w stosunku do wszelkich innych teorii dedukcyjnych, zarówno logicznych jak też pozalogicznych i zarazem stanowi konieczną podstawę i konstrukcyjny punkt wyjścia. Twierdzenia (prawa) logiki zdań są zatem rzeczywistymi twierdzeniami pierwotnymi w ogóle, pierwszymi zasadami wszystkiego w ogóle, a system logiki zdań jest rzeczywistą teorią pierwszych zasad wszystkiego w ogóle. Dlatego możemy powiedzieć, że system logiki jest ogólną formalną teorią przedmiotów, mimo, że określenie nazwowe „przedmiot" przedmiotowo w języku logiki zdań jeszcze się nie pojawia. Twierdzenia tak rozumianej logiki zdań posiadają najwyższy stopień ogólności to znaczy nie są ograniczone specjalnego rodzaju przedmiotów, **traktują o wszystkim, co może być przedmiotem poznania, a zatem ujęcia metafizycznego**. Twierdzenia te nie dotyczą samego poznania, przedmiotu epistemologii, a w szczególności nie są wyrazem refleksji nad sposobami wnioskowania, którymi zajmuje się część logiki badająca formalne schematy wnioskowań niezawodnych.

Ontologia to uniwersalnie rozszerzony system logiki nazw (terminów). Filozoficzne pojęcie ontologii dobrze oddaje możliwości tego systemu. Otóż można w nim środkami języka logiki zdefiniować podstawowe pojęcia filozofii pierwszej (metafizyki) Arystotelesa, oraz dowieść metodami logiki podstawowe zasady tej podstawowej dziedziny filozofii tradycyjnej. Chodzi tu o takie pojęcia, jak byt (przedmiot), istnieje, jest jedyne, oraz o zasady, przede wszystkim, ontologiczną zasadę tożsamości przedmiotów, ontologiczną zasadę niesprzeczności przedmiotów oraz ontologiczna zasadę wyłączonego środka. Należy tu podkreślić, że w ontologii Leśniewskiego występują nazwy jednostkowe, oddające pojęcie bytu Arystotelesa. W konsekwencji tego zostaje również wprowadzony nowy funktor „jest" (ε) łączący w zdaniu nazwy jednostkowe z nazwami ogólnymi (np. p. Bartosz Przybył jest nauczycielem).

Podsumowując, ontologia jest systemem przedmiotowej logiki formalnej (tzn. zachowuje twierdzenia prototetyki) oraz dodatkowo wprowadza do swego języka wyrażenie nazwowe „przedmiot" i wyrażenia w stosunku doń pochodne. Prototetyka, jako system logiki zdań, jest systemem metodologicznie samoistnym w stosunku do jakichkolwiek innych formalnych systemów dedukcyjnych, zarówno logicznych jak i pozalogicznych; zaś ontologia, jako system logiki nazw, jest oparta na prototetyce.

Trzeci z systemów — **mereologia** — jest pozalogiczną formalną teorią dedukcyjną, dotyczącą zależności części przedmiotów oraz klas przedmiotów rozumianych w sensie kolektywnym **[4]**, a zatem mówiąc ogólnie relacji całość — część. Pojęcie klasy jest tu formalnym odpowiednikiem tradycyjnego pojęcia całości, rozumianej jako przedmiot złożony w sposób niekoniecznie rozłączny z wszystkich swych części. Części te mogą być przedmiotami dowolnego rodzaju. Mereologia oparta jest bezpośrednio na ontologii a przez to, pośrednio, także na prototetyce.

Prototetyka bazuje na trzech aksjomatach, które mogą zostać zrolowane do jednego. Stanisław Leśniewski w aksjomatyce zakłada wyłącznie istnienie równoważności, jako jedynego spójnika dwuargumentowego. Sformułujmy zatem pierwszy aksjomat (Korzystamy tu z notacji powszechnie przyjętej i stosowanej. Kółeczka i kreski Leśniewskiego przetłumaczyłem „na nasze")

A1. $\forall p \, \forall q \, \forall r \, (((p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)) \leftrightarrow (p \leftrightarrow r))$

Aksjomat ten opisuje przechodniość równoważności. Sformułujmy kolejny, drugi aksjomat:

A2. $\forall p \, \forall q \, \forall r \, ((p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)) \leftrightarrow ((p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r))$

Aksjomat ten opisuje łączność równoważności. Ostatni, trzeci aksjomat to:

A3. $\forall g \, \forall p \, (\forall f \, (g(p\ p) \leftrightarrow (\forall r \, f(r\ r) \leftrightarrow g(p\ p)) \leftrightarrow (\forall r \, (f(r\ r) \leftrightarrow g((p \leftrightarrow \forall q \, (q))\ p)) \leftrightarrow (\forall q \, g(q\ p))))$

Za aksjomatem A3 kryje się zasada ekstensjonalności zdań to znaczy wartość logiczna całego zadania nie zależy od treści jego części lecz od ich wartości logicznej. Zasada ekstensjonalności i równoważna jej zasada dwuwartościowości zdań są kryterium uniwersalnego rozszerzenia systemu Prototetyki poza wąskie ramy klasycznego rachunku zdań (czyż to nie brzmi dostojnie!!!).

Ontologia bazuje na aksjomacie prototetyki dołączając do niego aksjomat swoisty ontologii:

AO: $\forall A \, \forall a \, ((A \varepsilon a) \leftrightarrow (\exists B \, (B \varepsilon A)) \wedge (\forall B \, \forall C \, (((B \varepsilon A) \wedge (C \varepsilon A) \wedge (C \varepsilon A)) \to (B \varepsilon C))) \forall B \, ((B \varepsilon A) \to (B \varepsilon a)))$

Słownie: A jest a wtedy i tylko wtedy, gdy ((przy pewnym B — (B jest A)), (przy wszelkich B i C -, jeżeli B jest A oraz C jest A, to B jest C) i przy wszelkim B -, jeżeli B jest A, to B jest a).

Aksjomat mereologii przedstawia się następująco:
AM: $\forall A \ \forall B \ \ (A \ \varepsilon \ pt\langle B\rangle) \rightarrow (\sim(B \ \varepsilon \ pt\langle A\rangle))$

Informuje on nas o tym, że jeżeli obiekt A jest częścią właściwą obiektu B (pt <X> oznacza część właściwą obiektu X, czyli pewną jego część, nie będącą całością), to obiekt B nie jest częścią właściwą obiektu A.

SYSTEM TEMPORALNY

Tak jak w każdym kolejnym systemie tak i w systemie temporalnym zachowujemy aksjomatykę systemów poprzednich: prototetyki, ontologii i mereologii. Aksjomaty swoiste systemu, które musimy dołączyć powinny w oczywisty sposób odwoływać się czasu. Wiążą się z tym dwa problemy: po pierwsze, jaki model czasu zastosować (dyskretny czy ciągły), po drugie, w jaki sposób ustalić istnienie obiektów w czasie tx.

Problem pierwszy, główny cel tworzenia logik temporalnych to możliwość dokonywania zmian obiektów. Nie jest niczym specjalnie odkrywczym, że zmiany te muszą odbywać się w pewnym określonym odcinku czasu (delta)t. Aby uprościć zmiany obiektów, możemy przyjąć, że podczas zmiany obiekty nie należą do systemu, są „nieaktywne" lub przez chwilę nie istnieją. Takie rozwiązanie powoduje, że podczas zmiany (określmy ją za pomocą ch <A>, gdzie ch to funkcja dokonująca przekształcenia — w tym wypadku zmiana w czasie, <> to zakres działania funkcji, A to obiekt przekształcany) obiekt jest niedostępny i nie możemy przekształcać go w inny sposób. Gdybyśmy teraz założyli istnienie ciągłości czasu (w tym wypadku na osi czasu znajdują się wszystkie liczby rzeczywiste), to mielibyśmy pewien zgrzyt (obiekt znika, a potem nagle się pojawia) przy miejscach, w których obiekt w czasie tx nie istnieje. Ciągłość czasu powoduje więc, że obiekty zawsze muszą istnieć w systemie, nawet podczas przekształceń. Można by się upierać, że przekształcenie dokonywałoby się w nieskończenie małym odcinku czasu (delta)t->0, ale nie zapominajmy, że zakładając ciągłość czasu, zakładamy, że dla każdych dwóch punktów t1, t2 pomiędzy nimi znajduje się nieskończenie wiele innych punktów. A to oznacza, że nie możliwe jest znalezienie takiego (delta)t, że obiekt nie przestanie istnieć w systemie. Musimy zatem przyjąć czas jako model dyskretny. W tym wypadku czas przedstawiamy na osi jako liczby naturalne lub całkowite (przewaga całkowitych nad naturalnymi polega na obustronnym nieograniczeniu tych pierwszych, co pozwala uniknąć problemów związanych z „początkiem czasu"). Uznanie modelu dyskretnego nie jest może specjalnie życiowe, ale bardzo wygodne. Zapisując dwie wymienione wyżej cechy systemu możemy sformułować następujący aksjomat chronologii:
(A1) $\forall t_1 \ \exists t_2 : \ t_2 = t_1 + \Delta t$

Rozważmy teraz problem wzajemnej zależności czasu i obiektów. Leśniewski nie skupia się na czasie, ale na obiektach, znajdujących się w systemie. Chcąc powiększyć system o czas, musimy uwzględnić relację, w jaką będzie on wchodził z obiektami. Naszym celem jest zaznaczenie, że obiekt istnieje w czasie. Zapiszmy to w następujący sposób A (t). Narzuca to oczywiste skojarzenie z funkcją. Zmiennymi niezależnymi będą zatem momenty czasu (np. t1, t2, t3,...), natomiast stany obiektów staną się zmiennymi zależnymi (będą nimi: A (t1), A (t2), A (t3)). Wróćmy jeszcze do problemu istnienia obiektów w czasie. Przyjęliśmy już model dyskretny, ale czy to wystarczy, aby wyeliminować wszystkie trudności. Przypuśćmy, że mamy trzy kolejne momenty czasu: t1, t2, t3. Wyobraźmy sobie, że obiekt A (t1) chcemy przekształcić w obiekt A', ale przekształcenie to zajmie nam 2*(delta)t, gdzie (delta)t = t2 — t1 = t3 — t2. Zatem zmiana będzie przekształcać A (t1) na A (t3). Co zatem dzieje się z obiektem A w czasie t2? Nie możemy przyjąć, że obiekt nie istnieje, bowiem wtedy nie miałoby sensu tworzenie modelu dyskretnego, model ciągły w zupełności by wystarczył. Zatem obiekt musi istnieć, ale w ten sposób wracalibyśmy do problemu, od którego również próbowaliśmy się już uwolnić. Odpowiedź jest bardzo prosta: takie przekształcenie nie może istnieć. Czyli dla każdego czasu, dla każdego obiektu istnieje jednoznaczne określenie tego obiektu w tym czasie. Określenie to będzie funkcją. Sformułujmy więc drugi aksjomat chronologii:
(A2) $\forall A \ \forall t \quad A(t)$

Drugi aksjomat pociąga za sobą konieczność wprowadzenia jeszcze jednego, który by to przyporządkowanie określał. Musimy bowiem zaznaczyć kierunek upływu czasu. Dlatego należy zaznaczyć, że jeżeli dany czas t1 jest wcześniejszy od t2, to obiekt znajdujący się w czasie t1 jest wcześniejszy od tego samego obiektu w czasie t2. Wprowadzimy tu nowe oznaczenia. Pierwszym z nich będzie symbol „pre <x>", czyli bycie wcześniejszym niż dany x, drugim symbol "x ε y" mówiący, że „x jest y". Możemy teraz sformułować trzeci aksjomat chronologii:

(A3) $(t_1 \ \varepsilon \ \text{pre} < t_2 >) \rightarrow (\text{A}\,(t_1) \ \varepsilon \ \text{pre} < \text{A}\,(t_2) >)$

Posiadamy teraz pełną aksjomatykę chronologii. Możemy przystąpić do formułowania podstawowych definicji. Wiemy już, czym jest zmiana obiektu w czasie (ch < A (t1) >). Jest to przekształcenie tego obiektu w obiekt A (t2). Poznaliśmy także symbol pre <x>. Chronologia otwiera również możliwość rozpatrywania problemów: przyczyna — skutek czy następstwo wydarzeń. Przedstawię teraz ich definicje. Zacznijmy od następstwa wydarzeń, przypiszemy mu symbol af <x>. O następstwie wydarzeń możemy mówić, gdy jedna zmiana obiektu zacznie się po zakończeniu zmiany drugiego obiektu. Zatem:

Definicja (następstwo wydarzeń — af <x>):

$$(\text{ch} < \text{B}\,(t_2) > \ \varepsilon \ \text{af}\,(\text{ch} < \text{A}\,(t_1) >)) \leftrightarrow (t_1 \ \varepsilon \ \text{pre} < t_2 >)$$

Na wszelki wypadek podajmy jeszcze jej słowny zapis: zmiana obiektu B w czasie t2 jest następstwem zmiany obiektu A w czasie t1, wtedy i tylko wtedy, gdy czas t1 jest wcześniejszy od czasu t2.

Definicja następstwa wydarzeń jest w miarę prosta. Chcąc zdefiniować przyczynę i skutek, musimy odwołać się do powyższej definicji oraz zaznaczyć, że wydarzenia następujące po sobie są jakiś sposób powiązane. Wprowadźmy więc tu rodzaj obiektów "a" (piszemy "A ε a", aby powiedzieć „A jest rodzaju a"). Umożliwi nam to powiązanie pewnych zjawisk poprzez określenie, że każdy obiekt pewnego rodzaju zmienia się w jakiś określony sposób pod wpływem zmiany każdego obiektu innego określonego rodzaju. Zatem:

Definicja (przyczyna — re <x> i skutek — ef <x>):

$$(\text{ch} < \text{B}\,(t_2) > \ \varepsilon \ \text{ef}\,(\text{ch} < \text{A}\,(t_1) >) \leftrightarrow (\text{ch} < \text{A}\,(t_1) > \ \varepsilon \ \text{re}\,(\text{ch} < \text{B}\,(t_2) >)) \leftrightarrow$$

$$(\forall\, \text{A} : \text{A} \ \varepsilon \ \text{a} \ \wedge \ \forall\, \text{B} : \text{B} \ \varepsilon \ \text{b} \ ((\text{ch} < \text{A}\,(t_x) >) \rightarrow (\text{ch} < \text{B}\,(t_{x+1}) >)))$$

A oto jej słowny zapis: Zmiana obiektu B w czasie t2 jest skutkiem zmiany obiektu A w czasie t1 wtedy i tylko wtedy, gdy zmiana obiektu A w czasie t1 jest przyczyną zmiany obiektu B w czasie t2, a to ma miejsce wtedy i tylko wtedy, gdy dla każdego obiektu A będącego pewnego rodzaju a i dla każdego obiektu B będącego pewnego rodzaju b, zmiana obiektu A w czasie tx powoduje zmianę obiektu B w czasie tx+1.

Przedstawiony tu projekt „czwartego" systemu oczywiście wymaga jeszcze dalszego dopracowania. Czy jego podjęcie ma jednak sens? Bowiem...

Wydawało mi się, że próba sformalizowania pewnych problemów metafizycznych może przyczynić się do lepszego zrozumienia sposobu funkcjonowania naszego umysłu. Poznając świat przecież w jakiś sposób kodujemy zdobywane informacje, tworzymy pewien mniej lub bardziej świadomy system reprezentacji świata. Mam jednak coraz więcej wątpliwości (przedstawienie ich wymaga jednak osobnego eseju), czy nasze sieci neuronalne mogą przechowywać informacje w postaci wyżej zarysowanych systemów. No cóż, naukowiec może być martwy już za życia i jest w tym coś bardzo pocieszającego, może bowiem narodzić się ponownie.

BIBLIOGRAFIA

1. R. Courant, H. Robins, Co to jest matematyka?, Warszawa 1967
2. K. Devlin, Żegnaj Kartezjuszu, Warszawa 1999
3. G. Edelman, Przenikliwe powietrze, jasny ogień, Warszawa 1998
4. E. Nieznański, Logika. Podstawy — język — uzasadnienie. Warszawa 2000
5. J. Stuchliński, Definicja zdania prawdziwego w językach logiki i w językach opartych na logice, Warszawa 2002

Przypisy:

[1] Systemy Leśniewskiego przedstawię w oparciu o pracę J. Stuchlińskiego Definicja zdania prawdziwego w języku logiki i w językach opartych na logice, Warszawa 2002,

s.11-40.
[2] Charakterystykę wstępną i tylko przybliżoną pojęcia kategorii semantycznej wyrażeń dowolnego języka podał Kazimierz Ajdukiewicz, por. "W sprawie <<uniwersaliów>>" i "O spójności syntaktycznej", [w:] Język i poznanie. Wybór pism z lat 1920 - 1939, tom I, Warszawa 1960, s. 196 - 210 i 222 - 242.
[3] J. Stuchlinski, op.cit. s.11-12.
[4] Możemy wyróżnić dwa rodzaje klas czy zbiorów, zbiory w znaczeniu dystrybutywnym i kolektywnym. Zbiory w znaczeniu dystrybutywnym to zespoły wielu przedmiotów połączonych w jedność np. ze względu na pewną cechę. Zbiory w sensie kolektywnym to całości złożone z części np. organizm (jego częścią jest między innymi ręka).

Krzysztof Kapulkin
Interesuje się matematyką.

Pokaż inne teksty autora

(Publikacja: 14-08-2004)
Oryginał.. (http://www.racjonalista.pl/kk.php/s,3561)