Czym naprawdę są liczby? Mózgowa podstawa dla zmysłu liczb
Autor tekstu: **Stanislas Dehaene**

Tłumaczenie: **Sławomir Szostak, Elżbieta Binswanger-Stefańska**

W swojej ostatniej książce, a także w gorącej dyskusji na forum „Edge", matematyk Reuben Hersh zadał pytanie: 'Czym naprawdę jest matematyka?' Ta stara jak świat kwestia była już omawiana w starożytnej Grecji a dwadzieścia trzy stulecia później głowił się nad nią Einstein. Osobiście wątpię czy samo filozoficzne dochodzenie da nam satysfakcjonującą odpowiedź (wydaje się, że nie możemy nawet zgodzić się co do tego czym jest samo pytanie!). Jednakże, jeśli chcemy zastosować podejście naukowe, możemy zaadresować dokładniejsze pytania takie jak, skąd pochodzą poszczególne obiekty matematyczne jak zbiory, liczby lub funkcje, kto je wymyślił i jakiemu celowi pierwotnie służyły, jaka jest ich historyczna ewolucja, jak przebiega ich akwizycja przez dzieci i tak dalej. W ten sposób możemy zacząć definiować naturę matematyki w bardziej konkretny sposób, przez co stanie się ona bardziej otwarta na dociekania naukowe wykorzystujące badania historyczne, psychologię bądź nawet neuronauki.

To jest dokładnie to, czego wąska grupa neuropsychologów poznawczych w wielu krajach wraz ze mną szukała w bardzo prostej dziedzinie matematyki, być może najbardziej podstawowej ze wszystkich: domenie liczb całkowitych naturalnych jak 1, 2, 3, 4 itd. Rezultaty bazujące na dosłownie setkach eksperymentów są doprawdy zaskakujące: nasze (ludzkie) mózgi wydają się być wyposażone od urodzenia w zmysł liczb. Arytmetyka elementarna wydaje się być podstawową, biologicznie zdeterminowaną i wrodzoną umiejętnością naszego gatunku (i nie tylko naszego, bo dzielimy ją z wieloma zwierzętami). Co więcej, ma ona specyficzny mózgowy substrat, zestaw sieci neuronowych, które są podobnie zlokalizowane w każdym z nas i które 'posiadają' wiedzę na temat liczb i ich relacji. Mówiąc ściślej, postrzeganie numerów w naszym otoczeniu jest tak fundamentalne dla nas jak echolokacja dla nietoperzy czy ptasi śpiew dla ptaków śpiewających.

Jest jasne, że teoria ta ma ważne, bezpośrednie konsekwencje dla natury matematyki. Najwyraźniej niesamowity poziom matematycznego rozwoju, który osiągnęliśmy, jest osiągnięciem unikatowo ludzkim, specyficznym dla naszego obdarzonego językiem gatunku, a w większości uzależnionym od akumulacji kulturowej. Lecz twierdzenie jest takie, iż podstawowe koncepcje będące fundamentami matematyki jak liczby, zbiory, przestrzeń, długość i tak dalej, wyłaniają się z samej architektury mózgu.

W tym sensie liczby są jak kolory. Wiemy, że nie ma kolorów w świecie fizycznym. Światło posiada różne długości fal, lecz nie są one tym co nazywamy kolorem (banan wygląda wciąż żółto nawet pod wpływem różnych warunków oświetlenia, gdy odbite fale są całkowicie zmienione). Kolor jest atrybutem tworzonym przez obszar V4 mózgu. Obszar ten oblicza relatywną ilość światła na różnych długościach fali na źrenicy i używa tej informacji do obliczenia współczynnika odbicia obiektów (jak odbijają nadchodzące światło) w różnych wiązkach widma. To właśnie to nazywamy kolorem, choć jest to czystko subiektywna cecha konstruowana przez mózg. Niemniej jest ona bardzo przydatna do rozpoznawania obiektów w świecie zewnętrznym, ponieważ ich kolor ma tendencję do pozostawania stałym w różnych warunkach oświetlenia i przypuszczalnie dlatego umiejętność mózgu do percepcji kolorów wyewoluowała właśnie w taki sposób.

Moje twierdzenie mówi, iż liczba jest bardzo podobna do koloru. Dzięki temu, że żyjemy w świecie pełnym oddzielnych i ruchomych przedmiotów, to umiejętność posługiwania się ekstrakcją liczb jest przydatna. Może nam ona pomóc śledzić drapieżniki lub wybierać najlepsze tereny łowieckie, żeby wymienić kilka oczywistych przykładów. To dlatego ewolucja obdarzyła nasze mózgi i mózgi wielu innych gatunków prostymi mechanizmami liczbowymi. U zwierząt mechanizmy te są bardzo ograniczone jak przekonamy się o tym za chwilę: są one aproksymowane, ich przedstawienie staję się gorsze jakościowo wraz z większymi liczbami i zawierają tylko najprostsze operacje arytmetyczne (dodawanie i odejmowanie). My — ludzie, mieliśmy niezwykle wielkie szczęście, że rozwinęliśmy umiejętności potrzebne dla języka oraz dla zapisu symbolicznego. To umożliwiło nam rozwinięcie dokładnych reprezentacji umysłowych dla wielkich liczb, jak również dla algorytmów korzystających z precyzyjnych kalkulacji. Uważam, iż matematyka, lub przynajmniej arytmetyka i teoria liczb, jest piramidą coraz bardziej abstrakcyjnych konstrukcji umysłowych bazujących jedynie na a) naszej zdolności do zapisy symbolicznego i b) naszej niewerbalnej umiejętności reprezentowania i rozumienia wielkości numerycznych.

To tyle, jeśli chodzi o filozofię, ale jakie są właściwie dowody dla słuszności tych twierdzeń? Psycholodzy zaczynają uświadamiać sobie, że wiele z naszego życia umysłowego spoczywa na operacjach przeznaczonych do tego i biologicznie zdeterminowanych modułów umysłowych, które są specjalnie dostrojone do ograniczonych dziedzin wiedzy, a które zostały rozwinięte w naszych mózgach przez ewolucję (patrz, Steven Pinker — „Jak działa umysł"). Przykładowo wydaje się, że posiadamy wiedzę specjalistyczną z zakresu dziedzin takich jak wiedza o zwierzętach czy znajomość żywności, ludzi, twarzy, uczuć i wielu innych rzeczy. W każdym przypadku — i liczby nie są tu wyjątkiem — psycholodzy demonstrują istnienie systemu wiedzy specjalistycznej używając poniższych czterech argumentów:

• Trzeba udowodnić, że posiadanie z góry wiedzy z jakiejś dziedziny przyczynia się do ewolucyjnej przewagi. W przypadku arytmetyki elementarnej jest to całkowicie oczywiste.

• A zatem powinni się znaleźć prekursorzy tej umiejętności u innych gatunków zwierząt. Stąd wniosek, że niektóre zwierzęta powinny mieć rudymentarne zdolności arytmetyczne. Powinny istnieć systematyczne paralele pomiędzy ich umiejętnościami a tymi istniejącymi u ludzi.

• Umiejętność ta powinna pojawiać się spontanicznie u młodych dzieci lub nawet niemowląt niezależnie od innych umiejętności takich jak język. A więc nie trzeba by ich było nabywać drogą mozolnego uczenia się zgodnie z mechanizmem nabywania jakichś umiejętności.

• Zdolność ta powinna posiadać osobne nerwowe zakotwiczenie. Moja książka „The Number Sense" („Zmysł liczb") została poświęcona udowodnieniu tych czterech argumentów, jak również odkrywaniu ich konsekwencji dla edukacji i filozofii matematyki. W rzeczywistości rzetelne dowody doświadczalne potwierdzają powyższe twierdzenia, czyniąc domenę liczb jednym z obszarów, w którym demonstracja biologicznie zdeterminowanego systemu wiedzy ścisłej jest najlepsza. Tutaj mogę przytoczyć kilka eksperymentalnych przykładów.

1. Zwierzęta posiadają elementarne zdolności numeryczne. Szczury, gołębie, papugi, delfiny i oczywiście naczelne umieją rozróżnić wzory wizualne oraz sekwencje słuchowe bazujące jedynie na liczbie (każdy inny parametr fizyczny jest dokładnie kontrolowany). Przykładowo, szczury mogą nauczyć się naciskać jedną dźwignię dla dwóch zdarzeń a inną dla czterech zdarzeń, niezależnie od ich natury, czasu trwania, odstępu, tego czy są słuchowe bądź wzrokowe. Zwierzęta posiadają także elementarne zdolności dodawania i odejmowania. Te podstawowe umiejętności możemy spotkać w stanie dzikim, nie tylko u laboratoryjnie tresowanych zwierzętach. Jednakże potrzebne są lata treningu jeśli ktoś chce wpoić symbole liczbowe szympansom. Więc przybliżone manipulacje liczbowe są w zasięgu repertuaru wielu gatunków, ale nie są to ścisłe manipulacje symbolami liczb. Jest to specyficznie ludzka umiejętność lub przynajmniej taka, która osiąga pełnię rozwoju tylko u ludzi.

2. Istnieją systematyczne paralele pomiędzy ludźmi a zwierzętami. Zwierzęce zachowania liczbowe stają się bardziej nieprecyzyjne dla większych liczb (efekt wielkości liczby). To samo odnosi się do ludzi, choćby jeśli wykonujemy matematyczne operacje liczbami arabskimi: jesteśmy sukcesywnie powolniejsi obliczając ile jest 4+5 niż 2+3. Zwierzęta także mają problemy z rozróżnianiem dwóch bliskich wielkości takich jak 7 i 8. My także: kiedy porównujemy cyfry arabskie, to zdecydowanie dłużej zastanawiamy się, czy 9 jest większe niż 8, niż podjęcie tej samej decyzji przy parze 9 i 2 (robimy przy tym także więcej błędów).

3. Niemowlęta w okresie prewerbalnym posiadają także elementarne zdolności liczbowe. Są one podobne do tych występujących u zwierząt: niemowlęta mogą rozróżnić dwa wzory bazując jedynie na ich liczbie, tu mogą wykonywać proste dodawanie i odejmowanie. Przykładowo, pięciomiesięczne dziecko gdy patrzy na ekran i widzi, że jeden obiekt jest schowany za ekranem a drugi jest dodawany do niego, to spodziewa się dwóch obiektów kiedy ekran spada. Wiemy to, ponieważ dokładne pomiary czasu ich spoglądania pokazują, że dzieci patrzą dłużej, gdy trik ukazuje inną liczbę przedmiotów. Dłuższy czas spoglądania wskazuje na to, iż dzieci są zaskoczone kiedy widzą niemożliwe zdarzenia takie jak 1+1=1, 1+1=3 lub 2-1=2 (nawet jeśli jesteście sceptyczni, to proszę nie odrzucajcie tych obserwacji machnięciem ręki jak zrobił to Martin Gardner w recenzji mojej książki dla „The Los Angeles Times", czym wprawił mnie w konsternację; pewnie, że „mierzenie i uśrednianie takich czasów nie jest łatwe", lecz jest wykonywane w ściśle kontrolowanych warunkach z nagrywaniem na video

metodą double-blind; polecam czytelnikom przeczytanie oryginalnych raportów (dla przykładu Wynna, 1992, „Nature", tom 348, str. 749-750) będziecie zdumieni ilością zaobserwowanych szczegółów i precyzją kontroli nad doświadczeniem przy tego typu eksperymentach).

Tak samo jak zwierzęta i dorośli, niemowlęta są szczególnie precyzyjne przy małych liczbach, ale większe liczby mogą obliczać w przybliżeniu. Nawiasem mówiąc, zauważmy, że te eksperymenty, które są powtarzalne obalają argument Piageta o tym, iż niemowlęta zaczynają życie bez żadnej wiedzy o niezmienności numerycznej. W mojej książce pokazuję dlaczego słynne konwersacyjne eksperymenty Piageta są stronnicze i zawodzą w ukazaniu prawdziwej arytmetycznej kompetencji małych dzieci.

4. Uszkodzenia mózgu mogą osłabić zmysł liczbowy. Razem z moimi kolegami widzieliśmy wielu pacjentów w szpitalu, którzy cierpieli z powodu uszkodzenia mózgu i w konsekwencji stali się niezdolni do wykonywania obliczeń. Niektóre z tych deficytów są peryferyjne i dotyczą umiejętności identyfikacji wyrazów lub cyfr, lub ich wypowiedzenia na głos. Jednakże pozostałe wskazują na prawdziwą utratę zmysłu liczbowego. Uszkodzenia lewego płatu ciemieniowego dolnego mogą spowodować u pacjenta możliwość czytania i pisania liczb arabskich pod dyktando z jednoczesnym brakiem ich rozumienia. Jeden z czterech pacjentów nie mógł wykonać odejmowania 3-1, lub zdecydować jaka liczba powinna występować pomiędzy 2 a 4! Nie miał jednak żadnych problemów z powiedzeniem jaki miesiąc występuje pomiędzy lutym a kwietniem lub jaki dzień był przed środą. Więc deficyt ograniczał się tylko i wyłącznie do liczb. Obszar uszkodzenia, który przynosi taki deficyt zmysłu liczbowego może występować we wszystkich kulturach na świecie.

5. Technika obrazowania mózgu podczas zadań obliczeniowych ujawnia nam wysoce specyficzną aktywację płatu ciemieniowego dolnego, tego samego regionu, który po uszkodzeniu powoduje deficyt liczbowy. Widzieliśmy tę aktywację używając większości metod obrazowania jakie są nam na dzień dzisiejszy dostępne. Skanowanie PET (Positron Emission Tomography) oraz fRMI (functional Magnetic Resonance Imaging) wskazują na lewe i prawe wewnątrzściankowe bruzdy (intraparietal sulci). Elektroniczne nagrania podpowiadają nam, że region ten jest aktywny podczas operacji takich jak mnożenie oraz porównywanie oraz, że aktywuje się on około 200ms po prezentacji cyfry na ekranie. Mamy nawet nagrania pojedynczych neuronów w ludzkim płacie ciemieniowym (w bardzo wyjątkowym przypadku pacjentów z nieustępliwą epilepsją), które wskazują na zwiększenie aktywności podczas kalkulacji.

Rzecz w tym, że jeśli mamy taką biologicznie zdeterminowaną reprezentację liczby w naszym mózgu, miałoby to ważne konsekwencje, którymi próbowałem się zająć w mojej książce. Najbardziej kluczowa jest kwestia tego, jak matematyczna edukacja zmienia tę reprezentację, i dlaczego niektóre dzieci rozwijają talent arytmetyczny i matematyczny podczas gdy inni — i to wielu z nas — nie umie liczyć. Zakładając, że wszyscy zaczynają życie z przybliżoną reprezentacją liczby, taką, która jest precyzyjna tylko dla małych liczb i nie jest wystarczająca do odróżnienia 7 od 8, to kiedy i w jaki sposób wykraczamy poza ten „zwierzęcy" etap? Uważam, iż rozwijanie języka jest kluczowe dla liczb, i to na tym etapie pojawiają się kulturowe i edukacyjne różnice. Przykładowo, chińskie dzieci brylują w uczeniu się liczenia z prostego powodu, ponieważ ich składnia liczbowa jest o wiele łatwiejsza. Podczas gdy my mówimy „siedemnaście, osiemnaście, dziewiętnaście, dwadzieścia, dwadzieścia jeden, etc." oni wyrażają to o wiele prościej: „dziesięć-siedem, dziesięć-osiem, dziesięć-dziewięć, dwie-dziesiątki, dwie-dziesiątki-jeden, etc.", czyli muszą nauczyć się mniej słów i mają prostszą składnię. Dowody naukowe wskazują, że ich większa prostota słów oznaczających liczby przyspiesza naukę liczenia o cały rok! Ale spieszę wyjaśnić, że robi to także lepsza organizacja azjatyckich klas, jak pokazał psycholog z UCLA Jim Stigler. Kiedy dzieci wkraczają na wyższe poziomy matematyki, to mamy poważne dowody na to, że wykraczanie poza umiejętność przybliżonego liczenia by nauczyć się dokładnej kalkulacji jest bardzo trudne dla dzieci i odczuwalnie obciążające nawet dla mózgu dorosłego człowieka oraz, że strategie i edukacja mają na nie zasadniczy wpływ.

Dlaczego przykładowo doświadczamy takich trudności przy zapamiętywaniu tabliczki mnożenia? Prawdopodobnie z powodu, iż nasz mózg pierwotnie nigdy nie wyewoluował by nauczyć się aktu mnożenia, więc musimy majstrować przy obwodach mózgowych, które są niedostosowane dla tego celu (nasza pamięć skojarzeniowa wprowadza nas w błąd: gdy mnożymy 8x3, może nam się wydawać, że jest to 8x4 podobnie jak przy dodawaniu 8+3). Niestety, niezdolność do liczenia może być naszym normalnym ludzkim stanem i musimy włożyć wiele wysiłku aby nauczyć się liczyć. Istotnie, wiele może wyjaśnić odniesienie się do różnic w ilości włożonej inwestycji i w stanie uczuciowym, w którym uczący się znajdują, kiedy uczą się matematyki, w temacie niepowodzeń dzieci w szkole i nadzwyczajnych sukcesach rachmistrzowskich jakichś wyuczonych kretynów. Po zrewidowaniu wielu dowodów na wrodzone różnice w umiejętnościach matematycznych, włączając w to różnice płciowe, nie wierzę, żeby większość naszych indywidualnych różnic zdolności matematycznych była rezultatem wrodzonych odmienności w 'talencie'. Edukacja jest tutaj kluczem a pozytywny wpływ jest silnikiem napędzającym sukces.

Istnienie matematycznych cudownych dzieci wydaje się sprzeciwiać temu poglądowi. Ich wyniki wydają się być tak bardzo nie z tego świata, że myślimy iż mają całkowicie odmienne mózgi od naszych. Twierdzę, że to wcale nie jest tak, lub przynajmniej nie jest tak na początku ich życia; zaczynają oni w życiu z jakimś darem, jak reszta z nas, podstawowym zmysłem liczb, intuicją związków matematycznych. Cokolwiek jest odmiennego w ich dorosłych mózgach jest to rezultatem skutecznej edukacji i strategii w zapamiętywaniu. W istocie wszystkie ich cechy, od wyciągania pierwiastków do wielocyfrowego mnożenia mogą być wyjaśnione za pomocą kilku prostych sztuczek, których każdy ludzki mózg może się nauczyć jeśli ktoś zdobędzie się na wysiłek.

Oto jeden przykład: słynna anegdota o Ramanujanie i numerze taksówki Hardiego. Cudowne indyjskie dziecko — matematyk Ramanujan umierał powoli z powodu gruźlicy kiedy jego kolega Hardy przyszedł z wizytą i nie wiedząc co powiedzieć stwierdził: „Taksówka, którą wynająłem miała numer 1729. Wydaje się, że to całkiem nudny numer." "Ależ skąd, Hardy", odpowiedział Ramanujan, „jest on wręcz urzekający, jest to najmniejsza liczba, która może być wyrażona na dwa sposoby jako suma dwóch sześcianów (liczby do potęgi trzeciej)."

Na pierwszy rzut oka natychmiastowe uświadomienie sobie tego faktu na szpitalnym łóżku wydaje się nieprawdopodobne, zbyt niesamowite jak na ludzki umysł. Ale w rzeczywistości chwila zastanowienia sugeruje prosty sposób, w który indyjski matematyk mógł rozpoznać ten fakt. Po przepracowaniu dekad z liczbami, Ramanujan najwyraźniej zapamiętał dziesiątki faktów, włączając w to listę sześcianów:

1x1x1=1
2x2x2=8
3x3x3=27
4x4x4=64
5x5x5=125
6x6x6=216
7x7x7=343
8x8x8=512
9x9x9=729
10x10x10=1000
11x11x11=1331
12x12x12=1728

Teraz jeśli spojrzymy na tę listę to zobaczymy, że a) 1728 jest sześcianem, b) 1728 jest oddalone o 1 od 1729 oraz 1 jest także sześcianem, c) 729 jest sześcianem, d) 1000 jest także sześcianem. W związku z tym jest absolutnie oczywiste dla kogoś z treningiem Ramanujana, że 1729 jest sumą dwóch sześcianów na dwa różne sposoby, a dokładnie są to sumy 1728+1 i 1000+729. Odkrycie, że jest to taka najmniejsza liczba jest troszkę bardziej skomplikowane, ale może zostać rozwiązane metodą prób i błędów. Ostatecznie magia tej anegdotki pryska, kiedy dowiadujemy się, że Ramanujan zapisał te obliczenia w swoim notesie kiedy był młodzieńcem, więc nie musiał wykonywać ich na poczekaniu wtedy, w szpitalnym łóżku: on już to wiedział!

Czy wyciągnę zbyt daleko idące wnioski jeśli zasugeruję, że wszyscy moglibyśmy dorównać wyczynowi Ramanujana z dostatecznym treningiem? Być może ta sugestia wydawałaby się mniej absurdalna jeśli rozważymy fakt, że każdy uczeń szkoły średniej, nawet ten nie uważany za zbyt bystrego, wie tyle o matematyce co najbardziej uczeni matematycy w średniowieczu. Wszyscy zaczynamy z podobnymi mózgami, wszyscy obdarzeni elementarnym zmysłem liczbowym, która ma pewną wrodzoną strukturę, ale także stopień plastyczności, który pozwala na jego ukształtowanie przez kulturę.

Wróćmy więc do filozofii matematyki. Czym naprawdę są liczby? Jeśli przyjmiemy, że wszyscy rodzimy się z rudymentarnym zmysłem liczbowym, który jest wryty w samą architekturę naszego mózgu przez ewolucję, to jasne jest, że powinniśmy uważać liczby za wytwór naszego mózgu. Jednakże w przeciwieństwie do wielu społecznych wytworów jak sztuka i religia, liczba i arytmetyka nie są arbitralnymi wytworami umysłowymi. Są raczej przystosowane do świata zewnętrznego. Skąd ta adaptacja? Zagadka adekwatności naszych matematycznych wytworów do świata zewnętrznego gubi swoją tajemniczość kiedy weźmiemy pod uwagę dwa fakty.

- Po pierwsze, podstawowe elementy, na których opierają się nasze matematyczne wytwory takie jak liczby, zbiory, przestrzeń i tak dalej, zostały zakorzenione w architekturze naszego mózgu przez długi ewolucyjny proces. Ewolucja włączyła do naszego umysłu/mózgu struktury, które są niezbędne do przetrwania i w związku z tym do prawdziwej percepcji zewnętrznego świata. W skali, w której żyjemy, liczby są kluczowe, ponieważ żyjemy w świecie składającym się z ruchomych, przeliczalnych obiektów. Sprawa wyglądałaby całkiem inaczej gdybyśmy żyli w świecie czysto płynnym, lub w skali atomu i stąd zgadzam z kilkoma innymi matematykami jak Henri Poincare, Max Delbruck czy Reuben Hersh twierdzących, że inne formy życia mogłyby mieć całkiem odmienne zdolności matematyczne niż nasze.
- Po drugie, nasza matematyka przeszła inną, szybszą ewolucję: ewolucję kulturową. Obiekty matematyczne zostały wytworzone siłą woli w umysłach matematyków przez ostatnie 30 stuleci (to jest to co nazywamy „czystą matematyką"). Ale zostały one wybrane przez wzgląd na ich przydatność w rozwiązywaniu problemów realnego świata, dla przykładu w fizyce. Stąd, wiele naszych obecnych narzędzi matematycznych jest dobrze przystosowanych do świata zewnętrznego, precyzyjnie z tego powodu, iż zostały wybrane jako funkcja tego dopasowania.

Wielu matematyków jest platonistami. Myślą, że wszechświat składa się z matematycznych struktur i zadaniem matematyka jest jedynie odkrycie ich. Gorąco sprzeciwiam się temu poglądowi. Nie znaczy to jednak, że jestem „społecznym konstruktywistą" jak to Martin Gardner chciałby mnie widzieć. Zgadzam się z Gardnerem i na przekór wielu społecznym konstruktywistom, że matematyczne wytwory wykraczają poza określone kultury ludzkie. Jednakże moim zdaniem dzieje się tak, ponieważ wszystkie ludzkie kultury mają tę samą architekturę mózgu, która ’rezonuje' z tą samą matematyczną melodią. Dzięki Bogu, wartość liczby pi, nie zmienia się zależnie od kultury! (przypadek afery Sokala). Co więcej, nie neguję w żaden sposób tego, że świat zewnętrzny dostarcza wielu struktur, które zostają włączone do matematyki. Sprzeciwiam się jedynie nazywaniu wszechświata ’matematycznym'. Rozwinęliśmy matematyczne modele świata, ale są to tylko modele, nie są nigdy całkowicie adekwatne. Planety nie poruszają się po elipsach — eliptyczne trajektorie są dobre, ale dalekie od perfekcyjnego przybliżenia. Materia nie jest zbudowana z atomów, elektronów lub kwarków — wszystko to są dobre modele (rzeczywiście, bardzo dobre), ale będę one potrzebowały korekty pewnego dnia. Sporo trudności konceptualnych mogłoby być wyjaśnionych jeśli matematycy i fizycy teoretyczni zwracaliby więcej uwagi na podstawowe dystynkcje pomiędzy modelem a rzeczywistością, koncept dobrze znany biologom.

Zobacz także te strony:
Matematyka a świat fizyczny

Stanislas Dehaene
Ur. 1965. Matematyk oraz kognitywny neuropsycholog a także profesor College de France. Jest badaczem w Institut National de la Santé. Wykłada neuropsychologię poznawczą języka i przetwarzanie liczb przez mózg. Autor książki „The number sense”.
Strona www autora

Pokaż inne teksty autora

(Publikacja: 05-07-2008 Ostatnia zmiana: 07-07-2008)
Oryginał.. (http://www.racjonalista.pl/kk.php/s,5952)